

Taller 1. Lógica y Teoría de Conjuntos

1. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones? En caso que sea una proposición determine el valor de verdad

- $4 \times 4 = 8$
- ¡Por favor, ayúdenme!
- Yopal es la capital de Arauca.
- ¿Cuántos años tienen?
- El senador es un ladrón.
- Siéntese rápido.
- $300^0 < 1^{100}$
- El cielo está nublado.
- ¡Uf! ¡Qué frío!
- Ella está planchando.
- Creo que irán a jugar.
- Los cuerpos más pesados caen más rápido.
- ¿Quién dijo miedo?

2. Teniendo en cuenta las siguientes proposiciones:

p: Vi el programa;

q: Seguí las redes sociales del programa;

Escriba en forma simbólica los siguientes enunciados:

- No vi el programa, ni lo seguí en redes sociales.
- Vi el programa aunque no lo seguí en redes sociales.
- No es cierto que vi el programa y lo seguí en redes sociales.
- Si seguí las redes sociales del programa, entonces lo vi.

e) Vi el programa, sí y solo sí, lo seguí en redes sociales.

3. Simboliza los siguientes enunciados en lenguaje simbólico, determinando inicialmente las proposiciones simples.

- O tú estás equivocado o es falsa la noticia que leíste.
- Si sabes cálculo entonces no pierdes la evaluación.
- Si hay verdadera democracia, entonces no hay detenciones arbitrarias ni otras violaciones de los derechos civiles.
- Llueve y, o bien nieva o sopla el viento.
- Si viaja en carro, llegará en 3 horas.

4. Considere los enunciados representados por las proposiciones p y q:

p: 4 es un número par

q: 4 es divisor de 36

Expresé en español los enunciados representados por:

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $\sim p \wedge \sim q$ | b) $q \Rightarrow \sim p$ |
| c) $\sim p \Leftrightarrow q$ | d) $\sim p \vee q$ |
| e) $\sim p \Rightarrow \sim q$ | f) $(q \wedge \sim p) \vee \sim q$ |
| g) $p \vee \sim q$ | h) $\sim(p \wedge q)$ |
| i) $p \Rightarrow \sim q$ | |

5. Construye las tablas de verdad de las siguientes fórmulas, indicando si se trata de una tautología, indeterminación (contingencia) o contradicción.

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $\sim p \wedge \sim q$ | b) $p \Rightarrow \sim q$ |
| c) $\sim p \Leftrightarrow q$ | d) $\sim p \vee q$ |
| e) $\sim p \Rightarrow \sim q$ | f) $(q \wedge \sim p) \vee \sim q$ |
| g) $p \vee \sim q$ | h) $\sim(p \wedge q)$ |

- i) $\sim(p \wedge q) \Rightarrow [\sim p \vee (\sim p \Leftrightarrow q)]$
 j) $[(p \vee q) \Rightarrow (r \Rightarrow q)] \vee \sim(r \wedge \sim q)$

6. Responda:

a. Si la proposición $\sim(p \vee q) \wedge (q \vee r)$ es verdadera, determine el valor de verdad de la proposición $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow \sim q]$.

b. Si la proposición $(\sim p \wedge q) \Rightarrow [q \Rightarrow (p \vee r)]$ es falsa, determine el valor de verdad de la proposición $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow [(\sim p \vee \sim r) \Rightarrow (q \wedge q)]$.

c. Si la proposición

$[p \Rightarrow (\sim q \wedge \sim r)] \wedge \sim[q \vee (p \Rightarrow r)]$ es verdadera, determine el valor de verdad de la proposición

$[(\sim r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)] \Rightarrow [(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim(p \vee q)]$.

7. Teniendo en cuenta las siguientes proposiciones simples:

p: Llueve.

q: Hace sol.

r: Las brujas se peinan.

Represente en lenguaje formal las siguientes proposiciones compuestas y determine a través de tablas de verdad si son tautologías, contingencias o contradicciones:

a. No es cierto que si llueve y hace sol las brujas se peinan.

b. Las brujas se peinan únicamente si llueve y hace sol.

c. Cuando las brujas no se peinan, no llueve o no hace sol.

d. Llueve y las brujas no se peinan o bien hace sol y las brujas no se peinan.

8. Resolver los siguientes problemas:

a. Laura, David y José, ocupan los puestos de asistente, cajero y gerente de un banco. Si José es el cajero, David es el asistente. Si José es el asistente, David es el gerente. Si

David no es el cajero, Laura es la asistente. Si Laura es la gerente, José es el asistente. ¿Qué puesto ocupa cada uno?

b. Dos mujeres, Paola y Carolina, y dos hombres, Alejandro y Gustavo, son estudiantes. Una de estas personas estudia economía, otra matemáticas, otra, arquitectura y otra, derecho. Un día se reunieron y se sentaron alrededor de una mesa cuadrada:

- El economista estaba a la izquierda de Paola.
 - El arquitecto estaba frente a Alejandro.
 - Carolina y Gustavo se sentaron juntos.
 - Una mujer se sentó al lado del matemático.
- ¿Cuál de estas personas estudia derecho?

9. Solo alguien que sepa de lógica podrá entender la gracia en cada imagen; si no le encuentra gracia, piense en su desempeño.

a. ¿Qué interpretación haces de cada una de las imágenes?

b. Escriba un cuento de mínimo una página, inspirado en una de las imágenes siguientes.

¿Sube o baja?

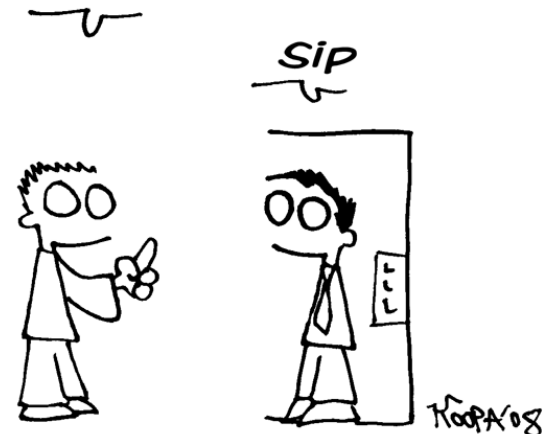


Imagen 1.

Ser o no ser...

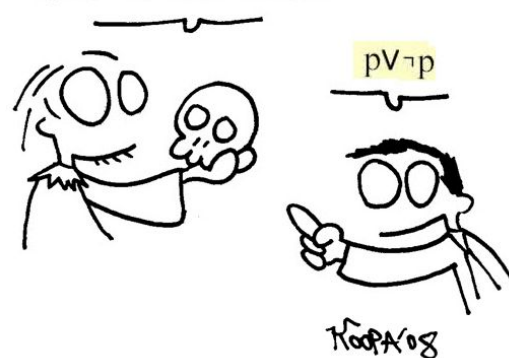


Imagen 2.

10. Represente por extensión, comprensión y diagrama de Venn los siguientes conjuntos, dada la descripción verbal:

a. U: El conjunto universal son los números enteros positivos menores o iguales a 50.

b. A: El conjunto de los números divisores de 48.

c. B: El conjunto de los números positivos múltiplos de 3 y menores a 50.

11. Con base en los conjuntos anteriores determine por extensión:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) A' d) B'

e) $A - B$ f) $B - A$ g) $A' \cup B$

h) $A \cap B'$ i) $A' \cap B'$ j) $A' - B'$

k) $(A \cup B)'$ l) $(A \cap B)'$

12. Represente en diagramas de Venn, los conjuntos obtenidos en el punto anterior.

13. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique su valoración:

a. $-16 \in \mathbb{Q}$ b. $\frac{15}{5} \in \mathbb{N}$ c. $\frac{8}{0} \in \mathbb{R}$

d. $\varphi \in \mathbb{I}$ e. $\sqrt{-9} \in \mathbb{R}$ f. $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} \in \mathbb{I}$

g. $(-9)^2 \in \mathbb{N}$ h. $\sqrt{36} \in \mathbb{Z}$ i. $\frac{\pi}{\pi} \in \mathbb{Q}$

j. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ k. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ l. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

14. Dadas las siguientes proposiciones abiertas:

$p(x)$: $2x$ es par.

$q(x)$: x es un número entero.

$r(x)$: x es un número racional.

Escribe el significado de las siguientes proposiciones e indica el valor de verdad de cada una:

a. $(\forall x \in \mathbb{R} / p(x) \rightarrow q(x))$

b. $(\exists x \in \mathbb{R} / r(x) \rightarrow q(x))$

c. $(\forall x \in \mathbb{Q} / r(x) \vee q(x))$

d. $(\exists x \in \mathbb{Q} / \sim r(x) \rightarrow (p(x) \wedge r(x)))$

15. Entre 5 estudiantes construir una torre de Hanoi con 6 discos y prepararse para el torneo de Torres de Hanoi.